УДК 621.313

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В.С. Баклин, А.С. Гимпельс

Томский политехнический университет
E-mail: bvs@elti.tpu.ru

Разработана и реализована в среде программирования Delphi математическая модель частотно-регулируемого асинхронного двигателя. Учитывается влияние насыщения железа магнитопровода на параметры двигателя. Характер нагрузочного момента – активный или реактивный. Предусмотрена компенсация падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора. Учтена механическая характеристика тормозного устройства. Математическая модель позволяет получить характеристики асинхронного двигателя при работе его от преобразователя частоты и может быть использована при проектировании частотно-регулируемого асинхронного двигателя.

Во многих областях применения не регулируемый привод уступает место, как более перспективному, частотно-регулируемому асинхронному приводу [1]. В качестве частотно-регулируемых асинхронных двигателей (ЧРАД) используют следующие асинхронные двигатели:

1. Серийные не регулируемые асинхронные двигатели общего или специального назначения, рассчитанные на питание от сети с постоянной частотой и напряжением. Такие двигатели не всегда удовлетворяют требованиям технологического процесса и могут иметь низкие энергетические показатели.
2. Модернизированные асинхронные двигатели, созданные на базе серийных, но с учетом специфики их работы от преобразователя частоты (ПЧ). При проектировании таких двигателей снимаются ограничения по кратностям пускового тока, имеется возможность использовать нестандартное номинальное напряжение. По возможности, в модернизированных двигателях для обмотки ротора используют материал с бо-

лее высокой удельной электрической проводимостью, изменяют обмоточные данные обмотки статора и т.д.

3. Узкоспециализированные асинхронные двигатели, спроектированные с учетом законов управления частотой и напряжением ПЧ, диапазоном регулирования частоты, характером нагрузки и других факторов, специфичных для конкретной области применения частотно-регулируемого асинхронного привода. Стоимость таких двигателей существенно выше, чем серийных и модернизированных.

При выборе существующих или при проектировании модернизированных ЧРАД возникает необходимость в количественной оценке их характеристик при работе от ПЧ. Для решения такой задачи, особенно на стадии проектирования ЧРАД, целесообразно воспользоваться математическим моделированием частотно-регулируемого асинхронного привода.

Математическая модель частотно-регулируемого асинхронного привода должна удовлетворять следующим требованиям:

1. Простота в реализации.
2. Учет влияния насыщения железа магнитопровода на параметры асинхронного двигателя.
3. Учет законов регулирования частоты и напряжения ПЧ.
4. Учет механических характеристик нагрузочного момента и тормозного устройства.

Для математической модели ЧРАД использована математическая модель обобщенной машины в синхронной системе координат u,v [2, 3]. Система координат u,v позволяет наиболее просто изменять во времени, не зависимо друг от друга, амплитуду фазного напряжения и частоту ПЧ по любому заданному закону:

$$\left.\begin{aligned} u_{su} &= i_{su}\cdot r_s + \frac{d\psi_{su}}{dt} - \omega_x\cdot\psi_{sv};\\ u_{sv} &= i_{sv}\cdot r_s + \frac{d\psi_{sv}}{dt} + \omega_x\cdot\psi_{su};\\ 0 &= i_{ru}\cdot r_r + \frac{d\psi_{ru}}{dt} - (\omega_x-\omega_r)\cdot\psi_{rv};\\ 0 &= i_{rv}\cdot r_r + \frac{d\psi_{rv}}{dt} + (\omega_x-\omega_r)\cdot\psi_{su};\\ M_{эм} &= M_c(t) + \frac{J_\Sigma}{p}\cdot\frac{d\omega_r}{dt}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где: u_{su}, u_{sv} – напряжения; i_{su}, i_{sv}, i_{ru}, i_{rv} – токи, r_s, r_r – сопротивления; ψ_{su}, ψ_{sv}, ψ_{ru}, ψ_{rv} – потокосцепления обмоток статора и ротора обобщенной машины; $M_{эм}$ и $M_c(t)$ – электромагнитный и нагрузочный моменты; J_Σ – суммарный момент инерции, p – число пар полюсов двигателя; ω_x и ω_r – угловая частота вращения системы координат u,v и ротора.

Система координат u,v вращается синхронно с магнитным полем обмотки статора с угловой частотой

$$\omega_x = 2\pi f_x, \qquad (2)$$

где f_x – частота на выходе ПЧ.

Систему дифференциальных уравнений (1) дополним в матричной форме уравнениями потокосцепления обмоток статора и ротора:

$$\begin{vmatrix}\psi_{su}\\ \psi_{ru}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}L_s & L_m\\ L_m & L_r\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}i_{su}\\ i_{ru}\end{vmatrix}; \qquad (3)$$

$$\begin{vmatrix}\psi_{sv}\\ \psi_{rv}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}L_s & L_m\\ L_m & L_r\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}i_{sv}\\ i_{rv}\end{vmatrix}. \qquad (4)$$

Полные индуктивные сопротивления фаз обмоток статора L_s и ротора L_r:

$$\left.\begin{aligned} L_s &= L_{\sigma 1n} + L_m,\\ L_r &= L_{\sigma 2n} + L_m, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где $L_{\sigma 1n}$ и $L_{\sigma 2n}$ – индуктивности рассеяния фаз обмоток статора и ротора с учетом насыщения, L_m – взаимная индуктивность.

Для решения дифференциальных уравнений (1) воспользуемся численным интегрированием. С точки зрения устойчивости численного интегрирования целесообразно решение дифференциальных уравнений (1) относительно потокосцеплений обмоток статора и ротора. Введем обозначения:

$$k_{rs} = L_r / L_{ms};\; k_{sr} = L_s / L_{ms};\;\; k_m = L_m / L_{ms}, \qquad (6)$$

где $L_{ms}=L_s\cdot L_r-L_m^2$ – определитель матриц коэффициентов ур. (3, 4).

При принятых обозначениях (6) из ур. (3, 4) выразим токи обмоток статора и ротора:

$$\left.\begin{aligned} i_{su} &= \psi_{su}\cdot k_{rs} - \psi_{ru}\cdot k_m;\\ i_{sv} &= \psi_{sv}\cdot k_{rs} - \psi_{rv}\cdot k_m;\\ i_{ru} &= \psi_{ru}\cdot k_{sr} - \psi_{su}\cdot k_m;\\ i_{rv} &= \psi_{rv}\cdot k_{sr} - \psi_{sv}\cdot k_m. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Подставим (7) в (1) и приведем математическую модель (1) к виду, удобному для численного интегрирования:

$$\left.\begin{aligned} d\psi_{su} &= [u_{su} + \omega_x\cdot\psi_{sv} - r_s\cdot(\psi_{su}\cdot k_{rs} - \psi_{ru}\cdot k_m)]\cdot dt;\\ d\psi_{sv} &= [u_{sv} - \omega_x\cdot\psi_{su} - r_s\cdot(\psi_{sv}\cdot k_{rs} - \psi_{rv}\cdot k_m)]\cdot dt;\\ d\psi_{ru} &= [(\omega_x-\omega_r)\cdot\psi_{rv} - r_r\cdot(\psi_{ru}\cdot k_{sr} - \psi_{su}\cdot k_m)]\cdot dt;\\ d\psi_{ru} &= [(\omega_r-\omega_x)\cdot\psi_{ru} - r_r\cdot(\psi_{rv}\cdot k_{sr} - \psi_{sv}\cdot k_m)]\cdot dt. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Напряжения u_{su} и u_{sv} обмоток статора выразим через напряжение на выходе ПЧ

$$\left.\begin{aligned} u_{su} &= U_x\cdot\cos(\varphi_u - \varphi_k),\\ u_{sv} &= U_x\cdot\sin(\varphi_u - \varphi_k). \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Амплитуда фазного напряжения U_x является модулем изображающего вектора напряжений обмотки статора. Амплитуда фазного напряжения ПЧ, фазовый угол изображающего вектора напряжений φ_u и угол поворота φ_k системы координатных осей u,v относительно оси a трехфазной обмотки статора задаются начальными условиями.

При скалярном управлении ПЧ начальными условиями целесообразно задать φ_u=0 и φ_k=0. В этом случае в момент времени t=0 ось u системы координат u,v и изображающий вектор напряжения U_x направлены по оси фазы a трехфазной обмотки статора, в ур. (9): $u_{su}=U_x$, u_{sv}=0. Начальными условиями в момент времени t=0 задаются потокосцепления ψ_{su}, ψ_{sv}, ψ_{ru}, ψ_{rv} обмоток, частота ω_r вращения ротора, частота f_x ПЧ.

При заданных начальных условиях на каждом шаге численного интегрирования рассчитываются: частота вращения ω_x (2); приращения потокосцеплений (8); потокосцепления обмоток

$$\left.\begin{aligned}\psi_{su}=\psi_{su}+d\psi_{su},\quad \psi_{sv}=\psi_{sv}+d\psi_{sv},\\ \psi_{ru}=\psi_{ru}+d\psi_{ru},\quad \psi_{rv}=\psi_{rv}+d\psi_{rv};\end{aligned}\right\}$$

токи в обмотках статора и ротора (7); электромагнитный момент

$$M_{эм}=\frac{m}{2}\cdot p\cdot(\psi_{su}\cdot i_{sv}-\psi_{sv}\cdot i_{su}),$$

где m=3 – число фаз обмотки статора, p – число пар полюсов двигателя; приращение угловой частоты вращения ротора

$$d\omega_r=p\cdot\left(\frac{M_{эм}-M_c(t)}{J_\Sigma}\right)\cdot dt;$$

частота вращения ротора и текущее время

$$\omega_r=\omega_r+d\omega_r,\quad t=t+dt.$$

По токам ур. (7) на каждом шаге численного интегрирования рассчитываются: модуль I_{s1} изображающего вектора токов обмотки статора

$$I_{s1}=\sqrt{i_{su}^2+i_{sv}^2};$$

фазовый угол φ_i изображающего вектора токов обмотки статора

$$\varphi_i=\varphi_u-\mathrm{argtg}(i_{sv}/i_{su});$$

коэффициент мощности

$$\cos\varphi_a=\cos(\varphi_i);$$

активная мощность двигателя

$$P_a=\frac{m}{2}U_xI_{s1}\cos\varphi_a.$$

При пусках ЧРАД с предельным нагрузочным моментом с уменьшением времени регулирования t_{reg} и, особенно, с увеличением напряжения компенсации $U_{ком}$ (рис. 2) токи в обмотках могут превысить номинальные в два и более раза. ЧРАД может выполняться с закрытыми пазами ротора. Для таких двигателей при токах, начиная с номинального и выше, из-за насыщения потоками рассеяния мостика закрытых пазов ротора, пазовое рассеяние обмотки ротора уменьшается. Короткозамкнутая обмотка ЧРАД может выполняться из меди [4]. Предельная верхняя частота может составлять 100 Гц и выше при номинальной частоте f_1=50 Гц. В связи с этим, в математической модели целесообразно предусмотреть влияние насыщения железа магнитопровода потоками рассеяния на индуктивности рассеяния обмоток статора $L_{\sigma1}$ и ротора $L_{\sigma2}$, а также влияние вытеснения тока в стержнях ротора на активное сопротивление r_r обмотки ротора. Это позволит моделировать «жесткие» пуски, при которых учет влияния насыщения и вытеснения тока наиболее актуален.

Индуктивности рассеяния с учетом насыщения предлагается рассчитывать в функции тока обмотки статора, а активное сопротивление ротора с учетом вытеснения тока – в функции частоты тока обмотки ротора. На основании данных проектирования двигателя считаются известными: не насыщенные $L_{\sigma1}$, $L_{\sigma2}$ и насыщенные L_{1p}, L_{2p} при скольжении s=1 индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора; пусковой ток I_{p1} обмотки статора и активное сопротивление r_{2p} обмотки ротора при скольжении s=1. Для учета влияния насыщения определяется разность между не насыщенными и насыщенными значениями индуктивностей рассеяния

$$\Delta L_1=L_{\sigma1}-L_{1p},\quad \Delta L_2=L_{\sigma2}-L_{2p}.$$

В функции тока I_{s1} рассчитываются насыщенные значения индуктивностей рассеяния обмоток статора и ротора

$$L_{\sigma1n}=L_{\sigma1}-\frac{\Delta L_1\cdot\sqrt[3]{I_{p1}}}{\sqrt[3]{I_{p1}}-\sqrt[3]{I_{kp}}}\cdot\left(1-\frac{\sqrt[3]{1{,}41I_{kp}}}{\sqrt[3]{I_{s1}}}\right),$$

$$L_{\sigma2n}=L_{\sigma2}-\frac{\Delta L_2\cdot\sqrt[3]{I_{p1}}}{\sqrt[3]{I_{p1}}-\sqrt[3]{I_{kp}}}\cdot\left(1-\frac{\sqrt[3]{1{,}41I_{kp}}}{\sqrt[3]{I_{s1}}}\right),$$

где I_{kp} – критический ток обмотки статора, ниже которого насыщение магнитной цепи не оказывает заметного влияния на индуктивности рассеяния обмоток. Величина этого тока определяется из предварительных расчетов механической характеристики двигателя. В случае закрытых пазов на роторе целесообразно принять ток I_{kp} равным номинальному току обмотки статора. Для учета насыщения достаточно на каждом шаге интегрирования выполнить 3–4 последовательных приближений.

Для учета влияния вытеснения тока в стержнях обмотки ротора на каждом шаге интегрирования рассчитываются скольжение

$$s_x=\left(1-\frac{\omega_r}{\omega_1}\right)\cdot\frac{f_x}{f_1}$$

и коэффициент изменения активного сопротивления ротора

$$k_{rx}=0{,}2+\left(\frac{r_{2p}}{r_2}-0{,}2\right)\cdot\sqrt{\mathrm{abs}(s_x)},$$

где f_1 – базовая частота, на которую рассчитан двигатель, $\omega_1=2\pi f_1$ – угловая частота, r_2 – сопротивление обмотки ротора без учета вытеснения тока.

Если k_{rx}>1, то активное сопротивление обмотки ротора с учетом вытеснения тока рассчитывается по формуле $r_r=k_{rx}\cdot r_2$, иначе $r_r=r_2$.

Математическая модель ЧРАД реализована в среде программирования Delphi. Исходными данными к моделированию являются **номинальные данные** и **параметры двигателя**.

Номинальные данные: номинальная мощность двигателя P_n, номинальное фазное напряжение $U_{нф}$, частота сети f_1, число пар полюсов p, коэффициент полезного действия $\eta_н$, коэффициент мощности $\cos\varphi$, номинальное скольжение s_n, кратность пускового тока I_{p1}, кратности пускового и критического моментов M_{p1}, M_{k1}, суммарный момент инерции ротора и приведенного к валу двигателя механизма J_Σ.

Параметры двигателя учитывают индуктивные и активные сопротивления, соответствующие номинальному (без учета насыщения железа и вытеснения тока) и пусковому режимам работы двигателя (с учетом насыщения железа и вытеснения тока при скольжении s=1). Параметры номинального режима работы: индуктивное сопротивление рассеяния обмоток статора $x_{\sigma 1}$ и ротора $x_{\sigma 2}$, активное сопротивление обмотки статора r_s и ротора r_r, индуктивное сопротивление взаимной индукции x_m, коэффициент насыщения магнитной цепи в режиме холостого хода k_{nas}. Параметры пускового режима: индуктивные сопротивления рассеяния $x_{\sigma 1p}$ и $x_{\sigma 2p}$ – обмотки статора и ротора, активные сопротивление обмотки ротора r_{2p}.

В программе математического моделирования нагрузочный момент $M_c(t)$ считается постоянным, но может быть задан в зависимости от частоты вращения ротора ω_r активным, рис. 1, *а*, или реактивным, рис. 1, *б*.

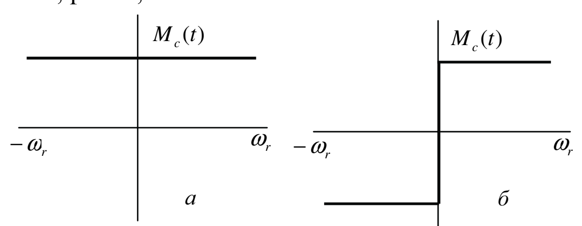


Рис. 1. *Механическая характеристика нагрузочного момента*

Величина нагрузочного момента задается в относительных единицах коэффициентом $k_{mc}=M_c(t)/M_н$, где $M_н$ – номинальный момент двигателя. В случае реактивного момента коэффициент k_{mc} принимает знак направления частоты вращения ротора, т.е. $k_{mc}=k_{mc}\text{sign}(\omega_r)$.

В программе математического моделирования предусматривается возможность регулирования частоты f_x и напряжения U_x ПЧ по линейному закону, рис. 2, с компенсацией напряжения.

Напряжение и частота ПЧ представлены на рис. 2 в относительных единицах (о.е). За базовые значения напряжения и частоты приняты установившиеся значения напряжения и частоты.

В исходных данных задаются времена: t_{reg} – регулирования по линейному закону частоты и напряжения ПЧ при разгоне двигателя; t_{rav} – работы двигателя при установившихся значениях частоты f_{yst} и напряжения U_{yst} ПЧ; t_{ost} – останова двигателя, за которое частота и напряжение ПЧ изменяются по линейному закону до своих критических значений f_{kr} и U_{kr}.

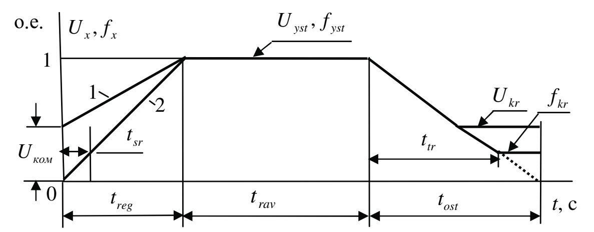


Рис. 2. *Диаграммы напряжения и частоты ПЧ: 1) напряжение U_x, 2) частота f_x*

При активном характере нагрузочного момента задается t_{sr} – время, в течение которого двигатель находится в заторможенном состоянии и после которого происходит срабатывание тормозного устройства с последующим растормаживанием двигателя. При критических значениях частоты f_{kr} и напряжения U_{kr} происходит срабатывание тормозного устройства с последующим торможением двигателя и отключением его от ПЧ.

Программа математического моделирования предусматривает возможность задания начальных U_0, f_0 (при t=0) и установившихся U_{yst}, f_{yst} значений напряжения и частоты ПЧ. За время регулирования t_{reg} частота и напряжение ПЧ изменяются от начальных до установившихся значений по линейному закону.

Имеется возможность задания только начальной и установившейся частоты ПЧ. В этом случае за время t_{reg} частота изменяется по линейному закону

$$f_x = \frac{f_{yst} - f_0}{t_{reg}} \cdot t + f_0.$$

При выполнении условия $(t_{reg}+t_{rav})\geq t\geq t_{reg}$ принимается $f_x=f_{yst}$. За время $t>(t_{reg}+t_{rav})$ частота изменяется также по линейному закону

$$f_x = f_{yst} - \frac{f_{yst}}{t_{ost}} \cdot (t - t_{reg} - t_{rav}).$$

Напряжение ПЧ является функцией частоты $U_x=f(f_x)$ и с учетом напряжения $U_{ком}$ компенсации вычисляется по формуле

$$U_x = \sqrt{2} \cdot \left(U_{ком} + \frac{U_{нф} - U_{ком}}{f_1} \cdot f_x \right),$$

где $U_{нф}$ и f_1 – номинальные значения фазного напряжения и частоты напряжения двигателя.

Тормозное устройство включается (рис. 2) при разгоне двигателя в момент времени t_{sr}, при торможении – в момент времени $t>t_{tr}$. В исходных данных для математической модели тормозного устройства задаются: t_{sr} – время растормаживания и $M_{тм}$ – максимальный тормозной момент. Тормозной момент является функцией времени и частоты вращения ротора. В функции времени тормозной момент из-

меняется за время t_{sr} по линейному закону – от максимального значения до нуля в режиме растормаживания и от нуля до максимального значения в режиме торможения. В функции частоты вращения ротора тормозной момент носит реактивный характер, принимая знак направления вращения ротора.

Апробация изложенной выше модели была проведена нами на базе кранового восьмиполюсного ЧРАД 4МТКД280L8 с короткозамкнутым ротором мощностью 90 кВт [4]. Двигатель спроектирован и изготовлен ОАО «СКБ Сибэлектромотор», г. Томск, на базе кранового двигателя серии 4МТМ280L8 с фазным ротором и предназначен для частотно-регулируемого асинхронного привода механизма подъема башенного крана. В качестве примера на рис. 3 представлены результаты моделирования. Подъем груза осуществляется в двигательном режиме, спуск груза – в генераторном.

За базисные момент и ток приняты номинальные значения момента и тока двигателя. За базисные напряжение и частоту приняты установившиеся значения частоты и напряжения ПЧ. За базисную частоту вращения принята синхронная частота вращения ротора, соответствующая установившейся частоте ПЧ.

Номинальные данные и параметры двигателя 4МТКД280L8, являющиеся исходными данными к моделированию (рис. 3), представлены в [5]. Согласно техническому заданию (ТЗ) двигатель должен обеспечивать постоянство момента в диапазоне частот от 5 до 50 Гц и постоянство мощности на валу двигателя при частотах от 50 до 100 Гц. По ТЗ предельный момент нагрузки M_c=1,2$M_н$. Результаты моделирования (рис. 3) соответствуют предельному моменту нагрузки, установившейся частоте f_{yst}=5 Гц, напряжению компенсации $U_{ком}$=10 В, времени регулирования напряжения и частоты при пуске двигателя t_{reg}= 4 с, механической характеристике тормозного устройства – $M_{тм}$=1,7$M_н$, t_{rs}=0,4 с.

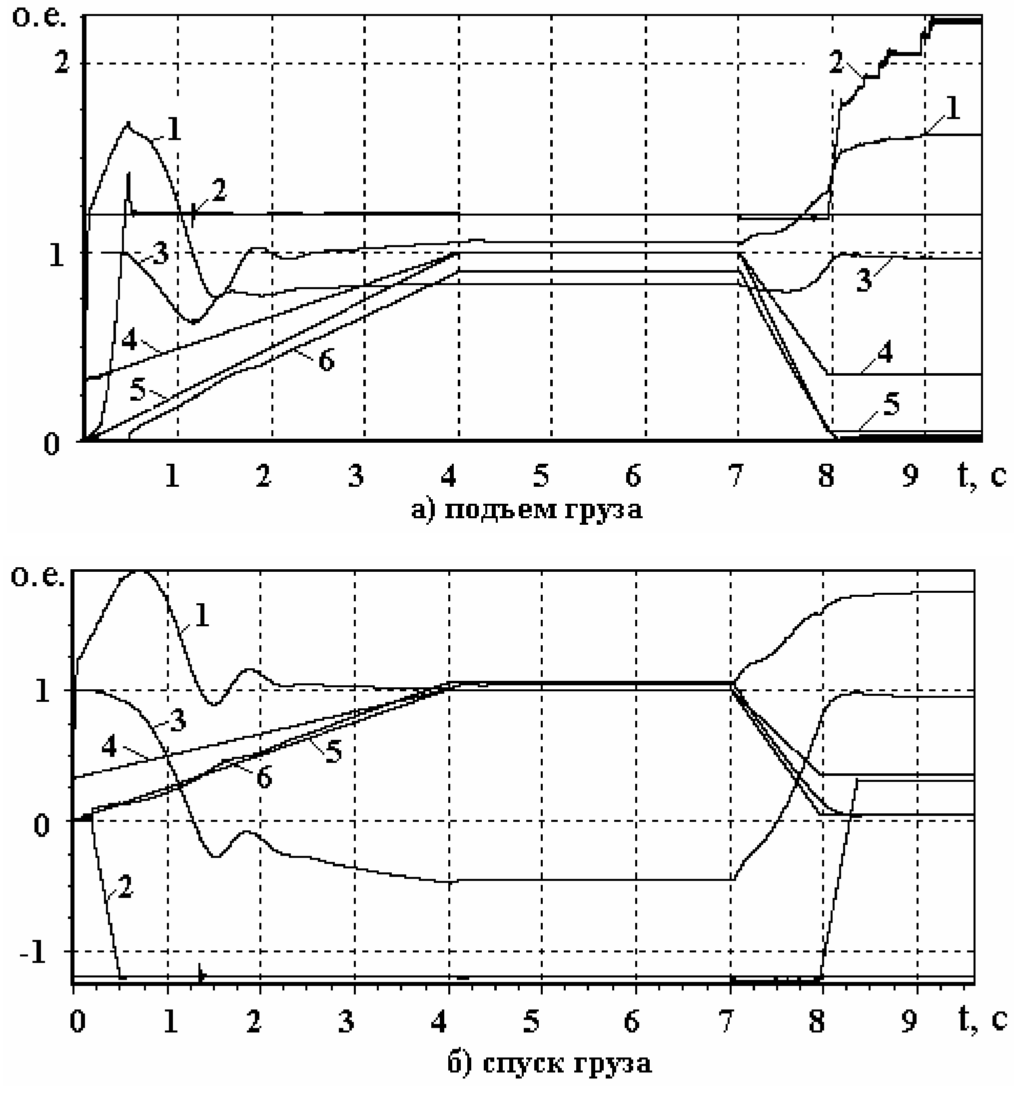


Рис. 3. *Временные зависимости (в о.е.): 1) фазный ток статора, 2) электромагнитный момент, 3) коэффициент мощности, 4) частота и 5) фазное напряжение на выходе ПЧ, 6) частота вращения ротора*

На основании математического моделирования установлено следующее.

1. Принятый закон регулирования частоты и напряжения ПЧ (при напряжении компенсации $U_{ком}$=10 В) обеспечивают надежный подъем и спуск груза двигателем 4МТКД280L8 в соответствии ТЗ.
2. Механическая характеристика тормозного устройства способствует равномерному разгону двигателя до установившейся частоты вращения.

Достоверность результатов моделирования проверена натурными испытаниями при работе двигателя 4МТКД280L8 от ПЧ. Разработанную математическую модель рекомендуется использовать как при выборе существующих ЧРАД, так и при их проектировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моделирование электромеханической системы электровоза с асинхронным тяговым приводом // Под ред. Е.М. Плохова. – М.: Транспорт, 2001. – 286 с.
2. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0. – СПБ.: КОРОНА принт, 2001. – 320 с.
3. Поздеев А.Д. Электромагнитные и электромеханические переходные процессы в асинхронных частотно-регулируемых приводах. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. – 172 с.
4. Гимпельс А.С., Рикконен С.В., Баранов П.В., Баклин В.С. Частотно-регулируемый асинхронный двигатель. Электроприводы переменного тока. ЭПП-05 // Труды Международной тринадцатой ТНК. – Екатеринбург, УГТУ–УПИ, 2005 г. – С. 38–40.
5. Баклин В.С., Гимпельс А.С. Математическое моделирование частотно-регулируемого асинхронного двигателя // Электромеханические преобразователи энергии: Матер. Междунар. науч.-техн. конф. – 20–22 октября 2005 г. – Томск: ТПУ, 2005. – С. 143–146.

УДК 621.313